



Fig. 2

Fazendo exercicio de fusão com lentes esféricas da caixa



Fig. 3

A mesma paciente após o tratamento

## NOÇÕES DE ÓTICA GEOMETRICA RELATIVAS AO STIGMATISMO E ASTIGMATISMO DAS SUPERFICIES REFLETORAS.

Osorio Alves — Campinas, Est. S. Paulo.

---

A ótica tem contribuído de uma maneira notavel para o progresso da oftalmologia não só no que diz respeito ao diagnóstico das afecções oculares, com a descoberta de métodos de exame de grande precisão, como também quanto à sua terapêutica, com o aperfeiçoamento das lentes corretoras das ametropias e com o conhecimento mais exato e profundo das propriedades fisico-químicas das radiações luminosas e de sua ação sobre o órgão visual.

A descoberta do oftalmoscópio por HELMHOLTZ, em 1851 marcou o início de uma nova era no estudo da oftalmologia, permitindo a exploração do fundo do olho, cujas lesões, inacessíveis até então ao exame objetivo, permaneciam como incógnitas, reveladas somente após enucleação do globo ocular. Até essa época, isto é, antes do advento da oftalmoscopia, a nosologia das afecções oculares internas era fundamentalmente sintomatica, dada a impossibilidade de se estabelecer a relação de causalidade entre suas manifestações externas e

suas lesões anatômicas. Com a descoberta do oftalmoscópio abriu-se, pois, um novo capítulo da oftalmologia — certamente o mais importante — o das afecções internas do olho. Lesões do vítreo, da coróide, da retina, do nervo ótico etc., são hoje conhecidas e classificadas segundo critério rigorosamente científico. Certas lesões, como por exemplo a estase papilar, denunciam, quase que patognomonicamente, afecções meningéas e cerebrais, a ponto de se aplicar à oftalmoscopia a designação, não exagerada, de cerebroscopia.

Progressos constantes, mediante colaboração assidua da oftalmologia com a ótica, foram, dia a dia, aperfeiçoando os métodos de exame ocular, permitindo hoje um diagnóstico de certeza em muitos casos que antigamente permaneciam sob a dúvida de um diagnóstico de probabilidade, sujeitos portanto aos riscos e perigos de uma terapêutica mal orientada.

Em 1911, **GULLSTRAND** apresenta ante a **Sociedade Oftalmológica de Heidelberg** a primeira demonstração do emprego da lâmpada de fenda, de sua invenção, associada ao microscópio corneano de **CZAPSKI**, conseguindo realizar a microscopia do olho vivo e permitindo o diagnóstico preciso e precoce de lesões não reveladas pelos outros processos de exame macroscópico.

Na parte relativa às perturbações visuaes por vícios de refração, a ótica supera em importancia a oftalmologia, a ponto de se poder considerar a optometria como uma especialidade autônoma para o exercício da qual se requerem conhecimentos especializados de ótica geométrica. Sem esses conhecimentos, torna-se difícil, senão impossível, interpretar os métodos de exame utilizados em optometria, ajuizando de seu valor e precisão, assim como julgar da eficiencia dos processos terapêuticos de correção visual.

Consideremos, para exemplificar, a esquiascopia. Este método de determinação objetiva da refração, descoberto em 1873 por **GUIGNET**, médico militar francês, recebeu varias interpretações, sendo considerada como clássica a de **LANDOLT**. No entanto, a explicação mais completa e exata do fenômeno deve-se ao professor **MARQUEZ** da Universidade de Madrid, publicada nos **Archivos de Oftalmologia Hispano-Americanos**, em setembro de 1911, onde declara textualmente: **com dicha teoria, muchas veces meditada y comprobada, he llegado, tengo de ello la absoluta certeza, a resultados definitivos e indestructibles**. A interpretação dada por **MARQUEZ** deve ser conhecida por todo o médico oculista, não só pela sua importancia teórica, por permitir compreender bem o fenômeno, mas também pela sua importancia prática, como veremos brevemente.

As explicações anteriores a **MARQUEZ** consideravam tão somente os casos em que o fundo do olho da paciente era iluminado por um espelho plano e por um espelho côncavo de curto foco, não fazendo

menção do que sucederia com a iluminação por um espelho convexo ou côncavo de longo fóco ou, finalmente, por um espelho côncavo cujo fóco coincidissem com o plano pupilar. Assim, nos livros de oftalmologia ensina-se que, usando o espelho plano, o movimento das sombras é direto na hipermetropia e inverso na miopia, sucedendo o contrário quando a iluminação for realizada por um espelho côncavo. Com o espelho plano será sempre essa a marcha das sombras, mas, quando a esquiascopia for realizada com o espelho côncavo, torna-se preciso distinguir os três seguintes casos:

1) o foco do espelho cai adiante do plano pupilar. A marcha das sombras é a indicada nos livros de oftalmologia.

2) o fóco cai atrás do plano pupilar. Os movimentos das sombras são idênticos aos obtidos com o espelho plano.

3) o fóco cai exatamente sobre a pupila. Neste caso não se observam movimentos de sombras, embora o paciente seja portador de uma ametropia.

Diz MARQUEZ que, com um espelho côncavo nestas condições, ao qual deu a designação de "espejo bromista", convidou várias vezes aos assistentes às suas consultas a fazerem a esquiascopia, sem que conseguissem, apesar de se tratar de miopias e hipermetropias elevadas, apreciar movimentos de sombra na pupila. O retinoscópio de MAY permite a observação destes três casos. Por meio de um dispositivo, o fóco de luz pode cair adiante, atrás ou no plano pupilar.

A conclusão a tirar é que a prática não dispensa a teoria, pois, de outro modo, serão frequentes as causas de erro na interpretação das observações realizadas. Sendo porém necessário recorrer frequentemente à ótica geométrica para a compreensão das características fundamentais dos métodos de exame usados em optometria e dos instrumentos de que nos servimos habitualmente, seja para diagnóstico, seja para fins terapêuticos, quer nos parecer que o estudo desta ciência deveria ter um mais amplo desenvolvimento no ensino da oftalmologia.

No presente artigo iremos expôr algumas noções de ótica geométrica para a compreensão das características fundamentais dos métodos de exame usados em optometria e dos instrumentos de que nos servimos habitualmente, seja para diagnóstico, seja para fins terapêuticos, quer nos parecer que o estudo desta ciência deveria ter um mais amplo desenvolvimento no ensino da oftalmologia.

No presente artigo iremos expôr algumas noções de ótica geométrica relativas ao estudo do astigmatismo das superfícies refletoras.

Ótica geométrica é a parte da ótica que estuda os fenômenos relacionados com a propagação retilínea da luz e com as leis de reflexão e refração. No estudo da ótica geométrica parte-se da noção puramen-

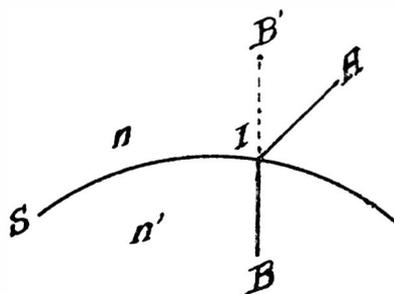
te hipotética de raio luminoso — segmento de reta segundo a qual se propaga a luz. — Na teoria EUCLIDEANA da visão, os raios luminosos eram considerados como realidades materiais, partindo do olho em direção aos objetos e formando, no seu conjunto, um cone de luz com o vértice na pupila.

Esta teoria aceita por EPICURO (337-340 a. C.) e, mais tarde, por Galeno (131-231 a. C.) foi considerada, no tempo de EUCLIDES (IV sec. a. C.) como teoria moderna, em oposição à antiga teoria da visão, segundo a qual os raios luminosos provinham dos objetos luminosos e incidiam sobre o órgão visual, sustentada por DEMÓCRITO (460-361 a. C.) e por PLATÃO (429-348 a. C.). Este último porém admitia uma doutrina eclética, um *quid medium* entre as duas teorias, considerando a visão como o resultado do encontro dos eflúvios partindo, ao mesmo tempo, do olho para o objeto e do objeto para o olho.

A propagação retilínea da luz é outra hipótese aceita em ótica geométrica. O conceito de propagação retilínea da luz constituía uma das premissas axiomáticas da ótica de EUCLIDES.

Considera-se também em ótica geométrica a noção de caminho ótico ou comprimento ótico, cuja definição, na teoria das ondulações, é a seguinte: o comprimento ótico do trajeto de um raio luminoso é igual ao comprimento que ele percorreria no vácuo durante a duração deste trajeto. Vejamos porém qual a interpretação geométrica, que é a que nos interessa.

Consideremos a figura 1.



Seja  $S$  a superfície de separação de dois meios homogêneos de índices  $n$  e  $n'$ . O comprimento ótico do raio luminoso para ir do ponto  $A$  ao ponto  $B$ , é dado pela expressão:  $n AI + n' IB$ .

$AI$  e  $IB$  são vetores, cujos sinais estão ligados ao sentido da propagação da luz. Se, em vez de considerarmos a parte realmente percorrida pela luz no segundo meio, considerarmos o seu prolongamento virtual  $IB'$  no primeiro meio, o comprimento ótico do trajeto  $AB'$  será então:  $n AI - n' IB'$ .

Admitidas estas noções, os problemas relativos à propagação da luz podem ser geométricamente resolvidos, mediante qualquer dos seguintes processos:

- 1) principio de FERMAT.
- 2) construção das superfícies de onda.
- 3) leis de DESCARTES.

Todos esses processos são equivalentes e unicamente de ordem geométrica, sem nenhuma hipótese sobre a natureza da luz.

O principio de FERMAT pode enunciar-se geometricamente: o trajeto seguido pela luz para ir de um ponto qualquer de um meio a um ponto qualquer de outro meio tem um comprimento ótico máximo ou mínimo, portanto constante ou, segundo e terminologia habitual, estacionário. Deduz-se deste principio que os raios luminosos que partem de um ponto objeto e se reúnem num ponto imagem, apresentam todos o mesmo comprimento ótico.

— As superfícies de onda tem uma realidade física na teoria ondulatória da luz. Todos os pontos de uma superfície de onda encontram-se, no mesmo instante, no mesmo estado vibratório. Podem, porém, ser considerados sob um ponto de vista puramente geométrico: superfícies cujos pontos encontram-se todos à mesma distância ótica do ponto luminoso. Existe uma infinidade de superfícies de onda, cada uma delas correspondendo a um valor particular da distância ótica de seus pontos ao ponto luminoso.

Demonstra-se, pelo teorema de MALUS, — que os raios luminosos são, depois de um número qualquer de reflexões ou refrações, normais às superfícies de onda. Conclue-se daqui, que, construída a superfície de onda, a determinação do trajeto dos raios luminosos reduz-se a um problema de geometria: o estudo das normais a essa superfície. E' possível portanto, mediante considerações puramente geométricas determinar a forma dos feixes luminosos após reflexão, — forma homocêntrica como a dos feixes incidentes, nos casos de stigmatismo, forma heterocêntrica nos casos de astigmatismo.

Conhecidos estes principios basilares, temos os dados necessários para o estudo do astigmatismo e das condições do stigmatismo das superfícies refletoras, planas ou curvas.

Estas últimas, segundo a natureza da curva de suas meridianas, podem ser: elípticas, hiperbólicas, parabólicas e esféricas. Como o círculo é um caso particular da ellipse, podemos considerar as curvas meridianas de todas estas superfícies como curvas cônicas do segundo grau. A definição geométrica das curvas meridianas, assim como sua representação algébrica, permitem o conhecimento imediato de muitas de suas propriedades óticas.

Consideremos a ellipse. Seja  $M$  um ponto qualquer da curva e  $F$  e  $F'$  seus focos. Sua definição geométrica, representada pela equação  $M F + M F' = C.t^e$ , corresponde óticamente, segundo o principio de FERMAT a

$$n M F + n' M F' = C.t^e$$

Logo, a superfície elpítica é stigmática para os dois focos  $F$  e  $F'$ . Si um ponto luminoso estiver em  $F$ , em  $F'$  se formará um ponto imagem. Ao feixe homocêntrico em  $F$  corresponderá, após reflexão, um feixe homocêntrico em  $F'$ . As superfícies de onda relativas a êstes dois feixes são esferas, umas de centro  $F$  e outras de centro  $F'$ . Obtem-se uma infinidade de soluções, fazendo variar o valor da constante. Quando  $F$  e  $F'$  se confundem, a ellipse torna-se um círculo-lugar de todos os pontos de um plano equidistântes de um ponto central situado no mesmo plano:

$$\text{Temos então: } M C = M' C = R$$

$$\text{Óticamente } n M C = n' M' C = C.t^e$$

O espelho esférico é pois stigmático para o seu centro: um ponto luminoso no centro produz por reflexão um ponto imagem igualmente no centro.

No espelho hiperbólico a meridiana é uma hipérbole, cuja definição geométrica é a seguinte: uma curva plana tal que a diferença da distância de cada um de seus pontos a dois pontos no plano é uma constante.

Designando por  $F$  e  $F'$  os dois pontos fixos, temos segundo a definição geométrica:  $M F - M F' = C.t^e$

$$\text{Óticamente: } n M F - n M F' = C.t^e$$

O espelho hiperbólico é também stigmático para os dois pontos  $F$  e  $F'$ , mas agora a imagem é virtual segundo o sinal negativo do vetor  $M F'$ .

O espelho parabólico é stigmático para os pontos situados no infinito. Com efeito, pela definição geométrica da parábola — curva plana cujos pontos são equidistântes de um ponto fixo e de uma reta fixa perpendicular ao seu eixo — temos:

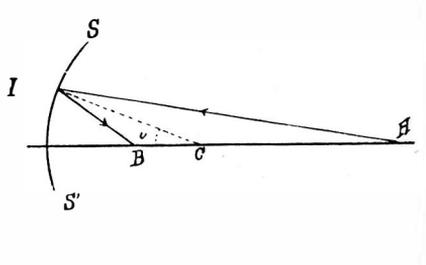
$$M F = M A \qquad M' F = M' A'$$

Sendo  $M A$ ,  $M' A'$  respetivamente as distâncias dos pontos  $M$  e  $M'$  da curva à reta fixa, chamada diretriz.

Esta constitue portanto, óticamente, uma superfície de onda dos raios paralelos, isto é, dos raios provenientes do infinito, os quaes, após reflexão, formarão um feixe homocêntrico de vértice  $F$ .

Até aqui temos aplicado o principio de FERMAT e a noção de superfície de ondas ao estudo da reflexão. Vejamos agora as leis de DESCARTES aplicadas aos espelhos esféricos.

Consideremos a figura 2.



Seja S S' a meridiana do espelho côncavo no plano da figura, C o centro do espelho, A I o raio incidente e B I o raio refletido. Segundo a primeira lei de DESCARTES, o raio incidente e o raio refletido, assim como o perpendicular ao ponto de incidencia, encontram-se no mesmo plano. Vejamos agora a fórmula que dá a posição do ponto B. Designando C A por a e C B por b temos:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2 \cos. u}{R}$$

Vemos por esta formula que a posição de B depende do ângulo u. Concluiremos logo que o espelho esférico não é stigmático para um ponto qualquer. Resolvendo a equação a, em relação a b, temos:

$$b = \frac{a R}{2 a \cos. u - R}$$

A condição do stigmátismo é que o termo em  $\cos. u$  desapareça,, qualquer que seja o valor de u, o que se verifica quando a for igual a zero. — Teremos neste caso b também igual a zero.

O espelho esférico é rigorosamente stigmático somente para o seu centro, conclusão a que já chegamos partindo do principio de FERMAT.

Como vemos pela formula, b é função de u. Sua derivada:

$$\frac{db}{du} = \frac{2 R a^2 \text{sen. } u}{(2 a \cos. u - R)^2}$$

mostra que db tende para zero nos dois casos:

- 1) quando u tende para zero. qualquer que seja o valor de a;
- 2) quando a tende para zero qualquer que seja o valor de u.

Estes são os dois casos em que se pode obter o stigmátismo aproximado.

O primeiro refere-se a um ponto objeto situado a qualquer distancia do espelho, mas enviando somente raios que incidem quase perpendicularmente á sua superfície, portanto raios para axiaes.

O segundo caso, refere-se aos pontos objetos situados muito próximos do centro do espelho e enviando raios de qualquer abertura.

As fórmulas conhecidas sob o nome de aproximação de GAUSS, são aplicáveis quando se realiza a primeira condição acima indicada.

Assim, a fórmula:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2 \cos. u}{R}$  se transforma então em  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R}$  ou  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  ou melhor, visto a, b e f serem vetores, em  $\pm A \pm B = \pm D$ , fórmula geral para todos os casos de reflexão ou refração.

Estas fórmulas são satisfatorias quando applicadas a espelhos de pequena abertura, condição do stigmátismo aproximado.

Um espelho é praticamente anastigmático quando fornece de um ponto objeto uma imagem fisiológicamente stigmática, assim considerada quando fôr vista sob o ângulo de 1 minuto, (1').

Este ângulo corresponde a uma imagem retiniana de 0,0043<sup>mm</sup>, largura da extremidade de um cone ou de um bastonête.

Fóra destas condições, produzem-se diversas espécies de aberrações:

1) aberração esférica, quando o ponto luminoso, situado sobre o eixo envia um feixe de grande abertura. Os raios refletidos satisfazem apenas á condição de serem tangentes a uma mesma superfície — a superfície cáustica.

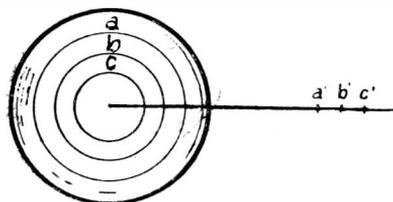
2) A aberração dos feixes oblíquos, quando o feixe de pequena abertura, provém de um ponto luminoso fóra do eixo e incide obliquamente sobre o espelho. O feixe refletido apresenta duas áreas de adelgaçamento, cujas secções por um plano transversal, são as focais.

Para compreender a formação das focais e das superfícies cáusticas, convem agrupar os raios que formam o feixe incidente de dois modos distintos. Consideremos separadamente:

1) Os raios que incidem segundo círculos concêntricos ao vértice do espelho.

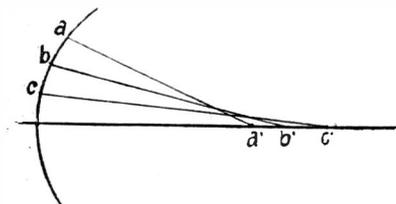
2) Os raios que se agrupam segundo planos meridianos perpendiculares à superfície do espelho.

O primeiro modo de agrupamento realiza-se segundo o esquema, fig. 3.



O conjunto dos raios que incidem no espelho o círculo a, convergem todos no ponto a' do eixo; os que formam o círculo b em b'; os que formam o círculo c em c' e assim sucessivamente. Os raios se agrupam pois, segundo superfícies cônicas de revolução em volta do eixo. Cada superfície cônica incidente dá por reflexão uma outra superfície cônica de revolução em volta do eixo. O conjunto dos vértices destas superfícies cônicas, que é a porção a' b' c'... do eixo, constitui a focal sagital.

Consideremos agora o esquema do segundo modo de agrupamento, fig. 4.

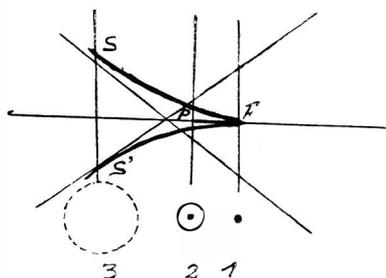


Os raios refletidos, correspondentes aos incidentes em a, b, c,... cortam o eixo em a', b', c',... mas, no seu trajeto, cruzam-se formando uma área de adelgaçamento, limitada por uma curva simétrica em relação ao eixo, que é a focal tangencial. Esta curva é uma epicloide com dois pontos de reversão sobre o eixo, onde é tangente à focal sagital.

Partindo da fórmula de PETIT, pode-se construir, ponto por ponto, essa curva, a qual é originada por um ponto de uma circunferência de raio  $\frac{R}{4}$  rolando sem escorregar sobre a circunferência de raio  $\frac{R}{2}$  concentrica ao espelho.

O feixe refletido terá a seguinte fôrma:

Fig. 5



P F é a focal sagital. S F S' é a focal tangencial, meridiana da caústica.

Se cortarmos esse feixe por um anteparo, as imagens formadas sobre êle tomarão as seguintes fôrmas, conforme a posição do anteparo.

A forma 1 corresponde à posição do anteparo em F, encontro das duas focais. E aqui a imagem se apresenta com maior nitidez: um ponto brilhante no centro de um círculo de iluminação muito mais fraco. No traço 2, tem-se um ponto iluminado no centro e rodeado a certa distância por um anél também fortemente iluminado.

Finalmente o traço 3 tem a fôrma de um círculo fracamente iluminado. No traço 1, a aberração transversal, que é a que interessa conhecer, é medida pelo raio do círculo que envolve o ponto brilhante.

Quando o ponto luminoso está no infinito, estas aberrações são chamadas principais.

A aberração longitudinal principal é dada pelas fórmulas:

$$\frac{a^2}{4R} \text{ e } \frac{R u^2}{4}$$

A primeira em função do raio  $a$ , do pequeno círculo que limita o espelho e a segunda em função do ângulo  $u$  da abertura.

Assim, para um espelho de 7,<sup>m</sup>20 de distância focal e 1,<sup>m</sup>20 de diâmetro de abertura, — temos pela primeira fórmula:

$$\frac{a^2}{4R} = \frac{0,60^2}{4 \times 14,4} = 0,006^m$$

A focal sagital é u'a porção do eixo de 6 milímetros de comprimento. Se quisermos determinar a grandeza dessa focal pela segun-

da fórmula, teremos que achar o valor de  $u$ . Por uma simples construção geométrica, vemos que  $\text{tg. } u$  é igual a  $\frac{0,60}{14,4} = \frac{1}{24}$ .

Substituindo este valor por  $u$  na fórmula, temos:

$$\frac{7,20 \times \left(\frac{1}{24}\right)^2}{4} = 0,006^m$$

A aberração lateral é proporcional ao cubo do raio do pequeno círculo que limita o espelho. Segundo os dados do problema, temos:

$$\frac{a^3}{2 R^2} = \frac{0,60^3}{2 \times 14,4^2} = \frac{1}{2} \text{ mil.}$$

A imagem de um ponto será, pois um círculo luminoso de 1 mil. de diâmetro.

A aberração esférica é corrigida ou, pelo menos, atenuada, mediante o emprego de diafragmas, cujas aberturas não deverão ultrapassar de 1/12 a 1/15 do comprimento da distância focal do sistema ótico.

No órgão visual existe apenas um diafragma — a pupila —, cuja abertura oscila entre 3 a 5 milímetros de diâmetro. A relação entre a abertura do orifício pupilar e a distância focal do olho é cerca de 1/5, superior portanto ao limite máximo da razão de abertura. As imagens retinianas deveriam pois, ser muito defeituosas. Ha no entanto, vários fatores que contribuem para a correção desta aberração. São o achatamento da córnea na sua periferia e a ação neutralizadora dos outros meios refrangentes, especialmente do cristalino.

Sabemos que é possível, dentro de um certo limite, corrigir a aberração de uma superfície curva refletora ou de um dióptro esférico fazendo variar o raio de curvatura de suas partes periféricas.

As lentes asféricas para operados de catarata — lentes KATRAL da Casa Zeiss — são obtidas por esse meio.

A correção do astigmatismo dos feixes oblíquos exige o emprego de tais lentes, já que não é possível, como se verifica pelo gráfico de TSCHERNING, fabricar lentes pontuaes convergentes esféricas acima de + 8 dioptrias.

A superfície esférica que serve de ponto de partida para a obtenção de uma lente asférica sofre desvios extraordinariamente pequenos, que não atingem dois centésimos de milimetro. Concebe-se facilmente que o fabrico de taes lentes apresenta grandes dificuldades técnicas, donde seu alto preço. Para que realizem o efeito desejado, é indispensavel que a variação de curvatura seja rigorosamente igual à indicada

pelo calculo matemático. Para tal verificação, são submetidas a vários métodos de provas de uma extrema sensibilidade capazes de demonstrar uma diferença de 1/4 de comprimento de onda de luz entre a curvatura obtida e a desejada.

Sendo o estudo do astigmatismo das superfícies refletoras o assunto principal dêste artigo, vejamos, antes de concluir, como se realiza a reflexão sobre a superfície anterior da córnea. Consideremos o caso especial da formação das imagens na oftalmometria. A córnea, tendo uma abertura de mais de 90°, funciona como um espelho convexo de grande abertura. Se toda a córnea fôr utilizada para a produção das imagens, estas serão muito defeituosas, em virtude da grande aberração da esfericidade. Na oftalmometria utiliza-se porem, somente uma fração muito pequena da córnea. Segundo TSCHERNING, na "**Theorie de l'ophtalmometrie de la cornée**", relativa ao primitivo oftalmômetro de Javal, a porção da córnea utilizada na formação das imagens é limitada por um círculo de 1<sup>mm</sup> de raio, situado a 1,<sup>mm</sup>2 do eixo principal. Esta pequena fração da córnea corresponde a um espelho convexo de 3° de abertura, podendo portanto considerar-se nula a aberração da esfericidade.

O oftalmômetro mede, pois, tão somente a curvatura de uma porção anular da córnea de dois milímetros de diâmetro e situada, pouco mais ou menos, a 10° de cada lado da linha visual. Não dá informações sobre a parte central nem sobre suas porções periféricas que, — por mais irregulares que sejam, não afetam a nitidez das imagens.

A aberração da esfericidade não intervindo como causa de astigmatismo nos exames oftalmométricos, as fórmulas elementares de GAUSS são suficientes para a determinação da grandeza e situação das imagens catóptricas produzidas por reflexão pela córnea. Este cálculo, no entanto, apresenta certas particularidades devido ao astigmatismo dos feixes oblíquos que não é corrigido na oftalmometria, quer a córnea seja um esferóide de revolução, o que é raro, quer uma superfície astigmática, o que é a regra. Em ambos os casos, um ponto objeto dá por reflexão duas linhas, uma situada na focal tangencial e a outra na focal sagital. Esta ultima, no caso da córnea esférica, forma uma pequena porção do eixo, não podendo pois, ser considerada como focal de STURM. Designando por **r** o raio da córnea esférica, por **a** a distância do ponto objeto ao ponto de incidencia, por **s** e **t** respetivamente as distâncias a êsse ponto das linhas sagital e tangencial, ás fórmulas abaixo indicadas definem a posição das focais.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{s} = \frac{2 \cos.i}{r} \dots \text{focal sagital.}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{t} = \frac{2}{r \cos.i} \dots \text{focal tangencial.}$$

O astigmatismo do feixe, medido pela distância entre as duas focais, não depende da porção da córnea utilizada para a reflexão, mas sim do grau de obliquidade do feixe incidente.

Na oftalmometria, o observador utiliza, segundo TSCHERNING, a imagem tangencial, afim de vêr com maior nitidez as bordas internas das miras que, perpendiculares ao plano de incidencia, apresentam direção horizontal.

Nas fórmulas para a determinação da grandeza e situação da imagem, utiliza, pelo contrario, a linha sagital que se forma sôbre o eixo.

— Vejamos agora como se formam as imagens por reflexão sobre a córnea astigmática. Esta não é mais uma superfície de revolução em volta do eixo, com todas secções meridianas equivalentes.

Apresenta agora a fórmula de uma superfície com curvaturas diferentes segundo os meridianos. As superfícies dêste gênero determinam as focais de STURM, cujas posições serão dadas pelas fórmulas:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{s} = \frac{2 \cos. i}{r}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{t} = \frac{2}{r' \cos. i}$$

$r$  e  $r'$ , são os raios dos meridianos principais que, para maior facilidade de estudo, supomos serem vertical e horizontal.

É interessante observar que, para uma determinada incidencia, uma superfície astigmática dá melhores imagens refletidas que uma superfície esférica. Examinando a fórmula acima, vemos que isto se verifica quando tivermos  $\cos.^2 i = \frac{r'}{r}$ . A determinação do tamanho da imagem de um objeto linear, situado no plano do meridiano principal, obtém-se como no caso da córnea esférica, pela fórmula elementar de GAUSS.

Designando por  $O$  o objeto linear,  $I$  sua imagem,  $r$  o raio de curvatura do meridiano,  $l$  a distância do objeto ao centro do círculo meridiano, temos:  $I = \frac{O \times r}{2 l}$

Se a córnea fôr esférica, a imagem de um círculo é um círculo, enquanto que tomará a forma de uma ellipse no caso de córnea astigmática.

Com efeito, designando por  $r$  e  $r'$  os raios dos meridianos principais, por  $O$  o diâmetro do círculo, a imagem do diâmetro horizontal

$$\text{é: } I = \frac{r \times O}{2 |r|}$$

$$\text{A do diâmetro vertical é: } I_1 = \frac{r' \times O}{2 |r'|}$$

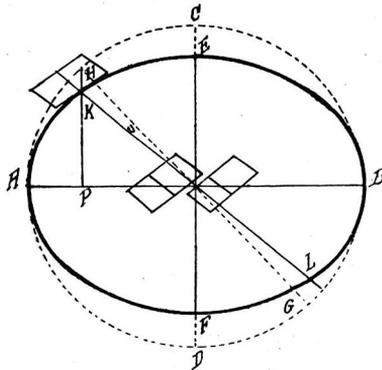
Consideremos agora um ponto qualquer sobre a circunferência do objeto e baixemos dêsse ponto uma perpendicular sobre o diâmetro horizontal. Designando por  $O'$  essa perpendicular, sua imagem re-

$$\text{fletida pela córnea esférica é: } I' = \frac{r \times O'}{2 |r|}$$

$$\text{A imagem refletida pela córnea astigmática é: } I_1' = \frac{r' \times O'}{2 |r'|}$$

Dada esta relação e tomando  $I$  e  $I_1$  para eixos coordenados, podemos construir geomêtricamente uma elipse, baseado no teorema que nos diz que as ordenadas de dois pontos correspondentes da elipse e do seu círculo principal estão entre si como semi-eixo menor está para o semi-eixo maior.

Consideremos o esquema abaixo fig. 6:



Seja  $A B C D$  o círculo que representa a imagem de um objeto circular, por reflexão sôbre a córnea esférica e a elipse  $A E B F$  a fôrma da imagem quando a reflexão se faz sôbre a córnea astigmática.

Nesta transformação, o diâmetro horizontal conserva a mesma grandeza; o diâmetro vertical sofre, pelo contrário, uma redução, transformando-se em  $E F$ . Considerando um ponto qualquer do cír-

culo, H por exemplo, o ponto K será o ponto correspondente da elipse, porque temos então, de acôrdo com o teorema acima enunciado:

$$\frac{PK}{PH} = \frac{EO}{AO}$$

O diâmetro H O G, é substituído pelo diâmetro K O L formando com sua posição primitiva um ângulo, chamado ângulo de desnivelamento. O arco do oftalmômetro funciona como objeto cuja imagem é representada por êsse diâmetro. Quando o arco se encontra nos planos meridianos principais, não há pois desnivelamento.

Como o prisma birefrangente é colocado de maneira a produzir o desdobramento numa direção exatamente paralela do arco, segue-se que, quando êste se encontra no plano dos meridianos principais, a linha de fé das miras estão em continuação uma da outra. Pelo contrario, quando o arco se encontra no plano de um meridiano intermediario, o desdobramento não se faz na direção da imagem, e as duas imagens das miras que produzem o contato não se encontram á mesma altura.

A ausencia do desnivelamento fornece-nos pois, um meio precioso para reconhecer os meridianos principais de uma córnea astigmática.

## PROTO SIFILOMA DA CONJUNTIVA BULBAR (\*)

B. PAULA SANTOS (S. Paulo)

**Observação** — J. M., 15 anos, residente em Fernando Prestes, dedicando-se a serviços agrícolas. Internado na 1.<sup>a</sup> enfermaria de olhos, a cargo do dr. Pereira Gomes, em 12-10-1937.

Nos seus commemorativos pessoais, pouco ou nada se apura. Conta-nos apenas, que há 20 dias, sentiu ligeira irritação no olho esquerdo, que se apresentava vermelho. Notou que, como o correr dos dias, estes fenômenos se acentuavam e eram acompanhados de tumefação do pescoço nesse lado. A várias perguntas, com as quais se procurava o modo de contágio, não obtivemos respostas satisfatórias.

(\*) Comunicação feita à Soc. de Oftalmologia de S. Paulo.